

2020

NORMAL PROBABILITY CURVE B.A. VI- SEMESTER, UNIT-III

MANJARY SHARMA
ASSISTANT PROFESSOR, GOVT. BILASA GIRLS
P.G.(AUTO.)COLLEGE, BILASPUR
4/24/2020



NORMAL PROBABILITY CURVE

सामान्य संभावना वक्र

सामान्य संभावना वक्र का अर्थ :

किसी एक खास चर (वेरिएबल) पर आए प्राप्तांक (scores) के आधार पर सामान्य रूप से वितरित जनसँख्या (Normally distributed population) पर बना वक्र जिसमें अधिकांश लोग उस चर पर औसत स्तर के तथा कुछ लोग औसत से अधिक एवं कुछ लोग औसत से कम स्तर के होते हैं, तो इस तरह बने वक्र को सामान्य संभावना वक्र कहा जाता है.

उदाहरन-

जैसे, अगर एक क्लास का उदाहरण ले तो एक क्लास में अधिकांश बच्चे औसत बुद्धि (average I.Q.) के होते हैं, कुछ बच्चे विलक्षण बुद्धि (EXTRA ORDINARY) तथा कुछ बच्चे कम बुद्धि (DULL) के होते हैं, तो इस तरह के वितरण को सामान्य वितरण कहते हैं तथा ऐसे वितरण पर बने घंटाकर वक्र को सामान्य संभावना वक्र कहते हैं |

निम्न चित्र का अवलोकन करने से स्पष्ट होता है की इसकी आकृति घंटाकर है | प्राप्तांको के निचे दिखाए गए वितरण (डिस्ट्रीब्यूशन) को सामान्य वितरण (Normal distribution) कहते हैं जहाँ वक्र के मध्य में सर्वाधिक प्राप्तांक एकत्रित होते हैं तथा मध्यमान से बांये एवं दांये और जाने से प्राप्तांको की संख्या कम होती जाती है, इस वितरण पर बने वक्र को सामान्य संभावना वक्र (Normal probability curve) कहा जाता है| इस वक्र को सबसे पहले गौंसियन नामक सांख्यिकीयविद ने बताया था, इसीलिए इसे गौंसियन वक्र (Gaussian curve) भी कहते हैं|

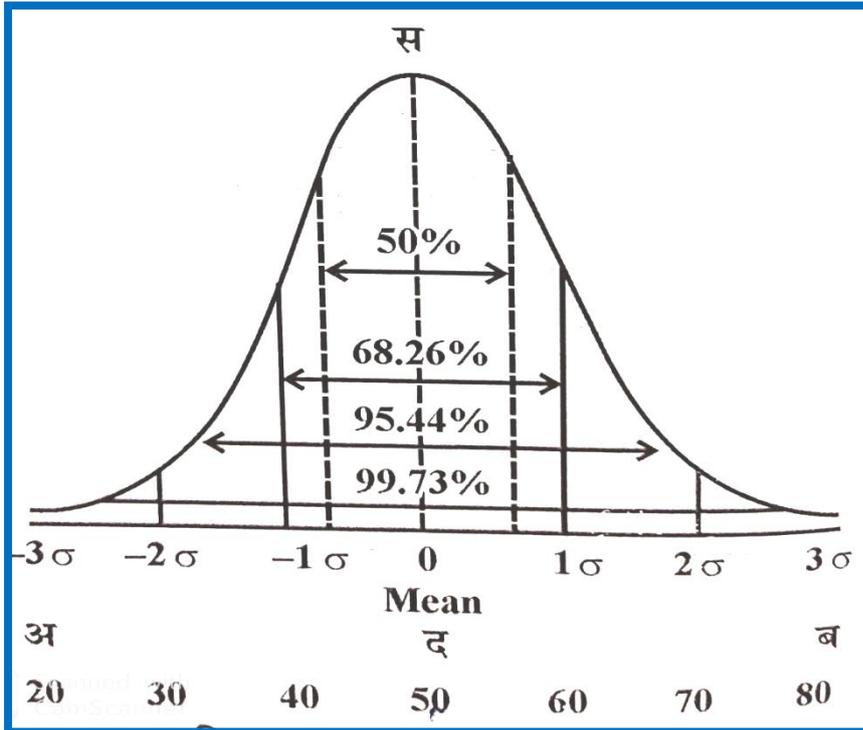


Figure 1

← प्राप्तियों का प्रसार →
Range of scores

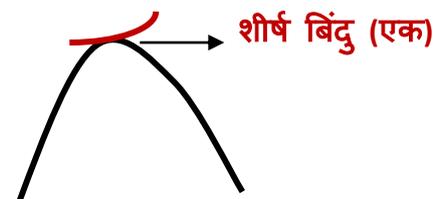
उपपर वर्णित चित्र से पता चलता है की 'द' वितरण का मध्य बिंदु है जिसे मध्यमान कहा जाता है, तथा 'स' रेखा वितरण को दो समान भागों में बाटती है। मध्य बिंदु के दोनों ओर वितरण सममित होता है। वक्र के मध्य में सर्वाधिक प्राप्तियों एकत्रित होते हैं तथा मध्यमान से बांये एवं दांये ओर जाने से सामान अनुपात में प्राप्तियों की संख्या कम होती जाती है।

सामान्य संभावना वक्र की कुछ खास विशेषताएँ निम्न हैं-

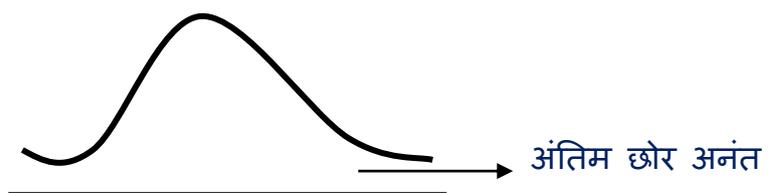
- मध्यमान के दोनों ओर वितरण या distribution समान (equal) होता है अर्थात् आधे प्राप्तियों मध्यमान (mean) के दांये (right) ओर तथा आधे प्राप्तियों मध्यमान (mean) के बाएं (left side) ओर होते हैं ।
- मध्यमान से दोनों ओर, बाएं तथा दाएं ओर प्राप्तियों का प्रसार (range of scores) समान (equal) होता है अर्थात् जैसे जैसे मध्य बिंदु (mid-point) से दांये और बाएं ओर जाते जाते हैं प्राप्तियों क्रमशः सामान रूप

से बढ़ते व घटते हैं. उप्पर वर्णित चित्र में 50, मध्यमान (mean) है, जिससे दायें ओर जाने पर 10 प्राप्तांक की वृद्धि (increase) होती है अर्थात वह ५० से बढ़कर 60 हो गया है एवं मध्यमान से बाएं (left side) जाने पर 10 प्राप्तांक की कमी (decrease) प्रदर्शित हो रही है अर्थात प्राप्तांक ५० से कम होकर ४० हो गया है। जो प्राप्तांकों के समान प्रसार को बताता है ।

- मध्य (Mid portion) में सर्वाधिक (मैक्सिमम) प्राप्तांक एकत्रित होते हैं। (Maximum scores are lying in the mid portion of the curve.)
- मध्यमान या मध्य बिंदु से वितरण के बाईं ओर तथा दाईं ओर क्रम से प्राप्त अंकों की संख्या समान रूप से कम होती जाती है एवं अंतिम छोर पर सबसे कम प्राप्तांक निहित होते हैं।
- Polynominal curve - पॉली नॉमिनल वक्र - इसका मतलब है कि इसमें एक ही शीर्ष बिंदु (head point) होता है अर्थात माध्य (mean), मध्यान्क (median) और बहुलक (mode) एक ही बिंदु (point) पर होते हैं।



- Asymptotic curve- अंतिम छोर (end point) आधार लाइन (baseline) से मिलता नहीं है वरन अनंत (infinite) पर समानांतर (parallel) होता है। The curve is asymptotic to the "X" axis.



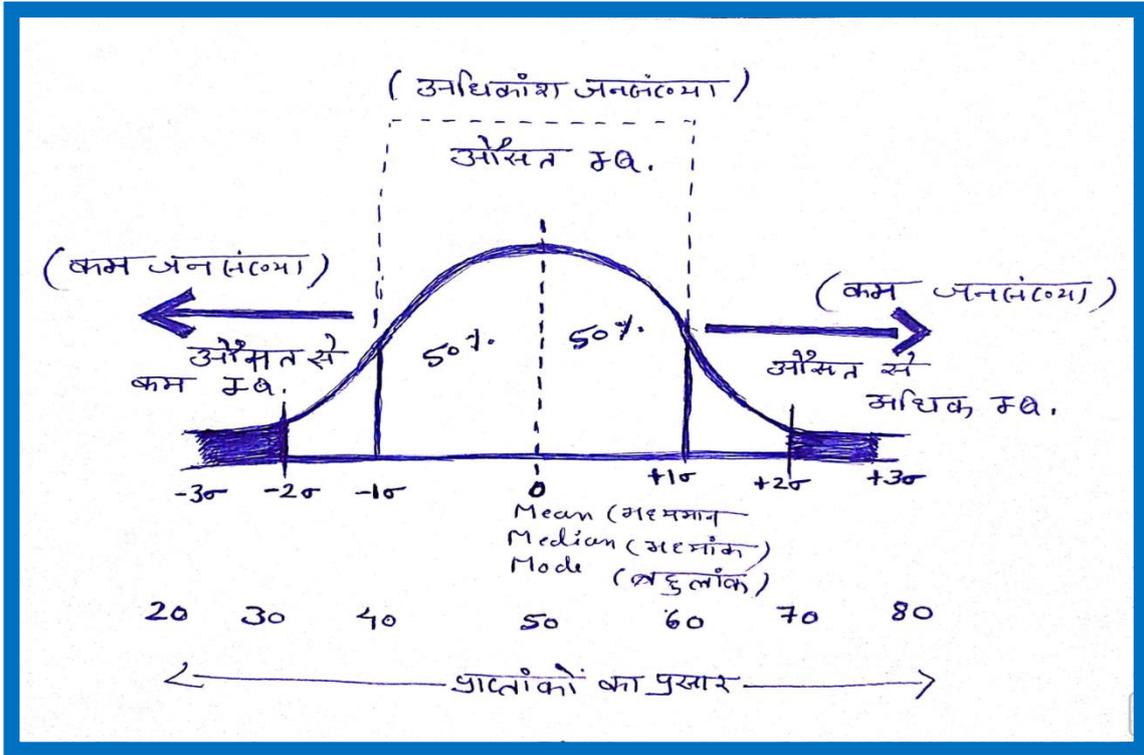
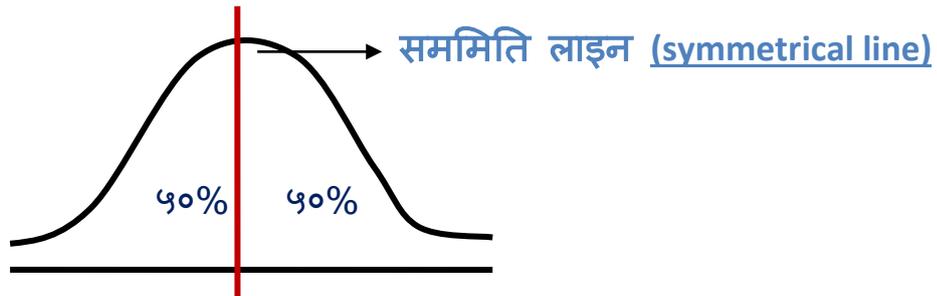
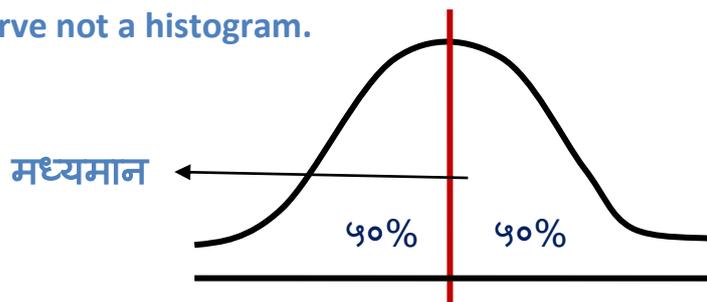


Figure II

- **Bilateral symmetry-** एक ही सममिति लाइन (symmetrical line) या रेखा होती है जिसके द्वारा इस वर्क (curve) को दो बराबर (equal) या समान भागों में बांटा जा सकता है। The 50% area lies to the left side and 50% to the right side of the maximum central ordinate.



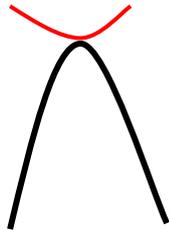
- **विषमता (skewness) शून्य होती है** - मध्यमान (mean) से दोनों भागों पर प्राप्तांको की संख्या सामान होती है। This curve is smooth curve not a histogram.



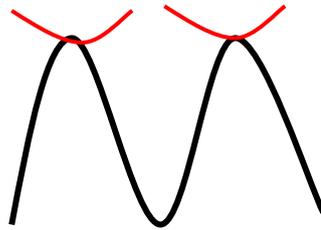
- **Unimodal**- सामान्य संभावना वक्र शीर्ष या Mode एक ही होता है।

There is only one point in the curve which has maximum frequency. (Normal probability curve) is unimodal in nature.

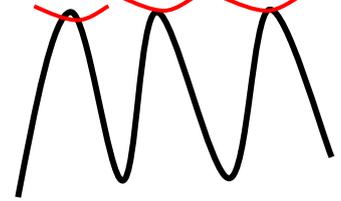
Unimodal



bimodal



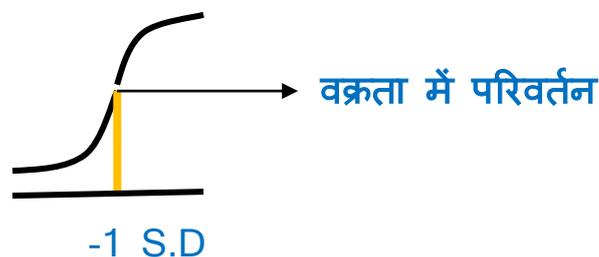
trimodal



- (Normal probability curve) सामान्य संभावना वक्र - सामान्य संभावना वक्र $-3 S.d$ (प्रमाणिक विचलन) से $+3 S.d$ (प्रमाणिक विचलन) तक रहता है।

- **Inflection in curvature**- सामान्य संभावना वक्र की वक्रता में परिवर्तन $+1 S.d$ and/एवं $-1 S.d$ में होता है। वक्र की वक्रता, $+1$ या -1 प्रमाणिक विचलन में उत्तल से अवतल में परिवर्तित होती है।

The normal curve changes its direction from convex to concave at a point recognized as point of inflex. If we draw the perpendiculars from these two points of inflex on horizontal axis, these two will touch the axis at a distance 1 standard deviation unit above and below the mean.



- सामान्य संभावना वक्र लगभग 10,000 केस को अपने में निहित करता है।

सामान्य संभावना वक्र में विकृति (abnormality in normal probability)

सामान्य रूप से कोई भी शोध या अध्ययन (study) करने के लिए डाटा या आंकड़े एकत्रित करने होते हैं तो यह संभव नहीं होता कि समस्त जनसँख्या पर अध्ययन किया जा सके, अतः हम कुछ व्यक्तियों का चयन(selection) करते हैं जिन्हें प्रतिदर्श (sample) कहा जाता है, इन प्रतिदर्शों के चयन के दौरान होने वाली त्रुटियों से वितरण विषम हो सकता है। नीचे कुछ कारण उल्लेखित हैं जिन कारणों से वितरण में विषमता आ जाती है तथा वक्र सामान्य न होकर विकृत हो जाता है। सामान्यता दो प्रकार का होता है -

- विषमता (skewness)
- ककुदता (kurtosis)

विषमता एवं ककुदता के कारण (reasons of abnormality in curve)

- प्रतिदर्श के चयन की त्रुटियों के कारण वितरण में विषमता आ जाती है ।
Due to sampling error
- दोषपूर्ण, अभिनातिपूर्ण, एवं अनुपयुक्त टेस्ट का प्रयोग के कारण वितरण में विषमता आ जाती है
Due to Unnatural conditions
- अस्वाभाविक स्थितियों के कारण वितरण में विषमता आ जाती है
Faulty or vicious, biased, and inappropriate test

इन सब असामान्यता (abnormality) के कारण वितरण सामान्य वितरण से भिन्न रूप धारण कर लेता है और वक्र सामान्य न होकर विकृत हो जाता है।

ये असामान्यताए दो प्रकार की होती हैं-
(Two types of abnormality)

विषमता (Skewness)

विषमता की विशेषताएँ-

- ❖ प्राप्तांको में असममिती (Asymmetry) या अनियमितता (irregularity) होती है ।
- ❖ घंटाकर वक्र (bell-shaped) नहीं होता है ।
- ❖ किसी वक्र (curve) में मध्यमान (mean) एवं मध्यंक (median) अलग अलग बिंदु पर होते हैं अर्थात इनका मान समान (equal) नहीं होता है
- ❖ प्राप्तांक मध्य में एकत्रित न होकर किसी एक दिशा (डायरेक्शन) में अधिक एकत्रित (collect) हो जाते हैं अर्थात धनात्मक (positive) या ऋणात्मक (negative) दिशा में अधिक एकत्रित हो जाते हैं
- ❖ प्राप्तांको का प्रसार (range of scores) बहुलांक (mode) के एक ओर अधिक तथा दूसरी ओर कम होता है।

$$Sk = 3(M-Md) / \text{standard deviation}$$

जहाँ, M =मध्यमान, Md = मध्यंक

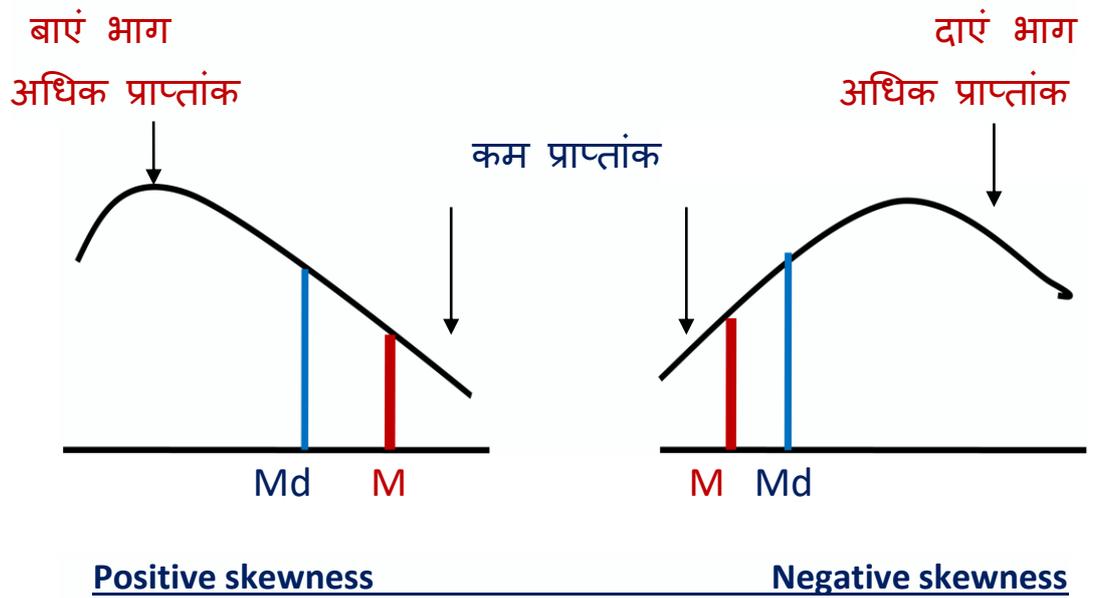
विषमता दो प्रकार -

1. धनात्मक विषमता (positive skewness)

- अधिकांश डाटा(data) वक्र(curve) के बांयी ओर (left side) या ऋणात्मक दिशा (negative direction) में एकत्रित होते हैं
- कम डाटा दांयी ओर(right side) या धनात्मक दिशा(positive direction) में एकत्रित होते हैं
- इसमें मध्यमान (mean), मध्यंक(median) के दांयी ओर (right side) या धनात्मक दिशा (positive direction) में होते हैं

2. ऋणात्मक विषमता (negative skewness)

- अधिकांश डाटा वक्र के दांयी ओर (right side) या धनात्मक दिशा (positive direction) में एकत्रित होते हैं
- (left side) या ऋणात्मक दिशा (negative direction) में डाटा कम एकत्रित होते हैं
- इसमें मध्यमान, मध्यंक के (left side) या ऋणात्मक दिशा (negative direction) में होते हैं



ककुदता (Kurtosis)

वक्र के चपटा या शिखरिय होने की स्थिति “Ku” द्वारा प्रदर्शित करते हैं।

$$“Ku” = Q/(P_{90} + P_{10})$$

जहाँ, Q= चतुर्थांश (QUARTILE) , P= शातान्शीय (PERCENTILE)

ककुदता (Kurtosis) के तीन प्रकार हैं-

- **लेप्तोकुर्टिक (Leptokurtic)**- वक्र की ऊंचाई (height) या तीखापन (sharpness) सामान्य वक्र से अधिक होता है, $.263$ से ज्यादा "Ku" (तीखापन) लेप्तोकुर्टिक विकृति को दर्शाती है
- **मेसोकुर्टिक (Mesokurtic)**- वक्र की ऊंचाई (height) या तीखापन (sharpness) सामान्य वक्र से कम होता है, $.263$ "Ku" सामान्य सम्भावना वक्र को प्रदर्शित करता है.
- **प्लेटिकुर्टिक (Platykurtic)**- वक्र की ऊंचाई (height) या तीखापन (sharpness) $.263$ से कम ("Ku") एवं वक्र चपटापन लिए होता है।

